

# Prethodno napregnute konstrukcije

Predavanje III  
2021/2022

Prof. dr Radmila Sindić-Grebović

# **GUBICI SILE PRETHODNOG NAPREZANJA**

# Vrste gubitaka sile prethodnog naprezanja

- **Sila prethodnog naprezanja se mijenja**
  - tokom vremena,
  - po dužini kabla.
- Promjene nastaju usljed **gubitaka sile** prethodnog naprezanja.
- **Vrste gubitaka:**
  - **Trenutni gubici**  
nastaju trenutno ili u kratkom vremenskom intervalu usljed:
    - Trenja pri zatezanju kablova
    - Uvlačenja klina pri ankerovanju kablova
    - Elastičnih deformacija armiranobetonskog elementa pri unošenju sile prethodnog naprezanja.
  - **Vremenski gubici**  
nastaju tokom vremena usljed:
    - Tečenja betona pri dejstvu sile prethodnog naprezanja i dugotrajnog opterećenja
    - Skupljanja betona
    - Relaksacije čelika za prethodno naprezanje.

# Vrijednosti sile prethodnog naprezanja i gubitaka

Dvije su osnovne vrijednosti sile prethodnog naprezanja:

- **Početna sila prethodnog naprezanja  $P_{k0}$**  koja djeluje
  - neposredno poslije zatezanja i ankerovanja kablova
    - (kod naknadnog zatezanja)
  - poslije prenošenja sile prethodnog naprezanja na beton
    - (kod prethodnog zatezanja)
  - Dobija se kad se od sile na presi odbiju trenutni gubici:

$$P_{k0} = P_p - \Delta P_p$$

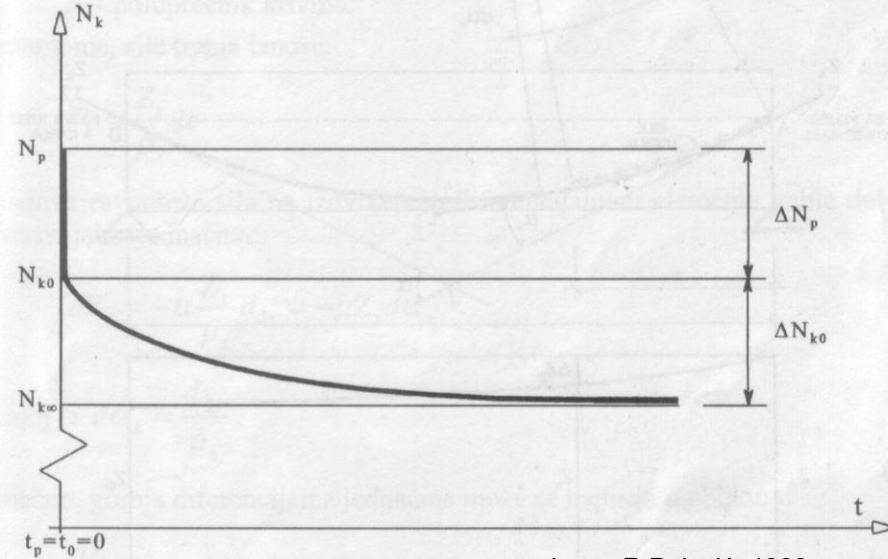
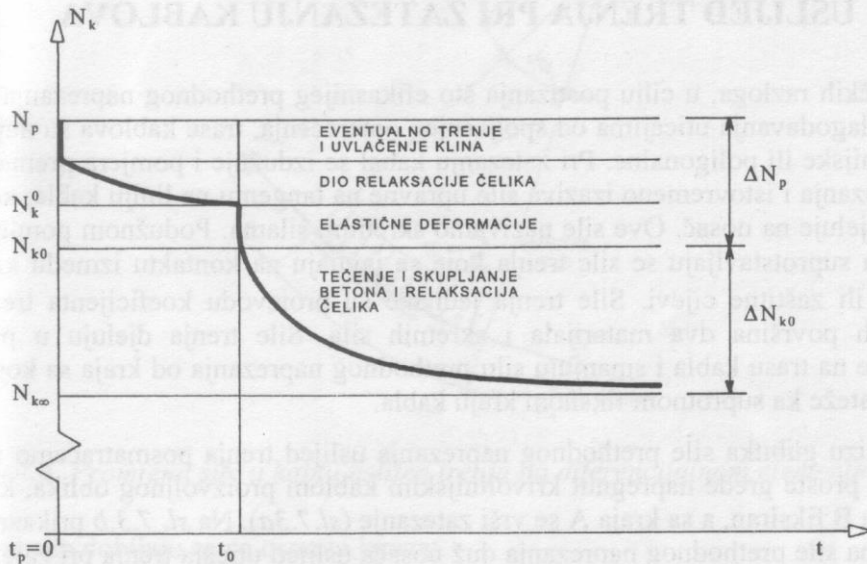
- **Krajnja sila prethodnog naprezanja  $P_{kt}$** 
  - Preostaje u nosaču nakon realizacije svih gubitaka zavisnih od vremena
  - Dobija se kad se od početne sile  $P_{k0}$  odbiju svi gubici koji zavise od vremena  $\Delta P_{k0}$

$$P_{kt} = P_{k0} - \Delta P_{k0}$$

- **Koeficijent efikasnosti prethodnog naprezanja:**  
Predstavlja odnos krajnje i početne sile prethodnog naprezanja

$$\eta = P_{kt} / P_{k0}$$

# Gubici u zavisnosti od postupka prethodnog naprezanja



Izvor: R.Pejović, 1999.

## Početni (trenutni) gubici

### PN prethodnim zatezanjem

- Eventualno trenje pri zatezanju žica
- Uvlačenje klina pri ankerovanju
- Dio relaksacije od zatezanja do otpuštanja žica
- Elastične deformacije elementa

### PN naknadnim zatezanjem

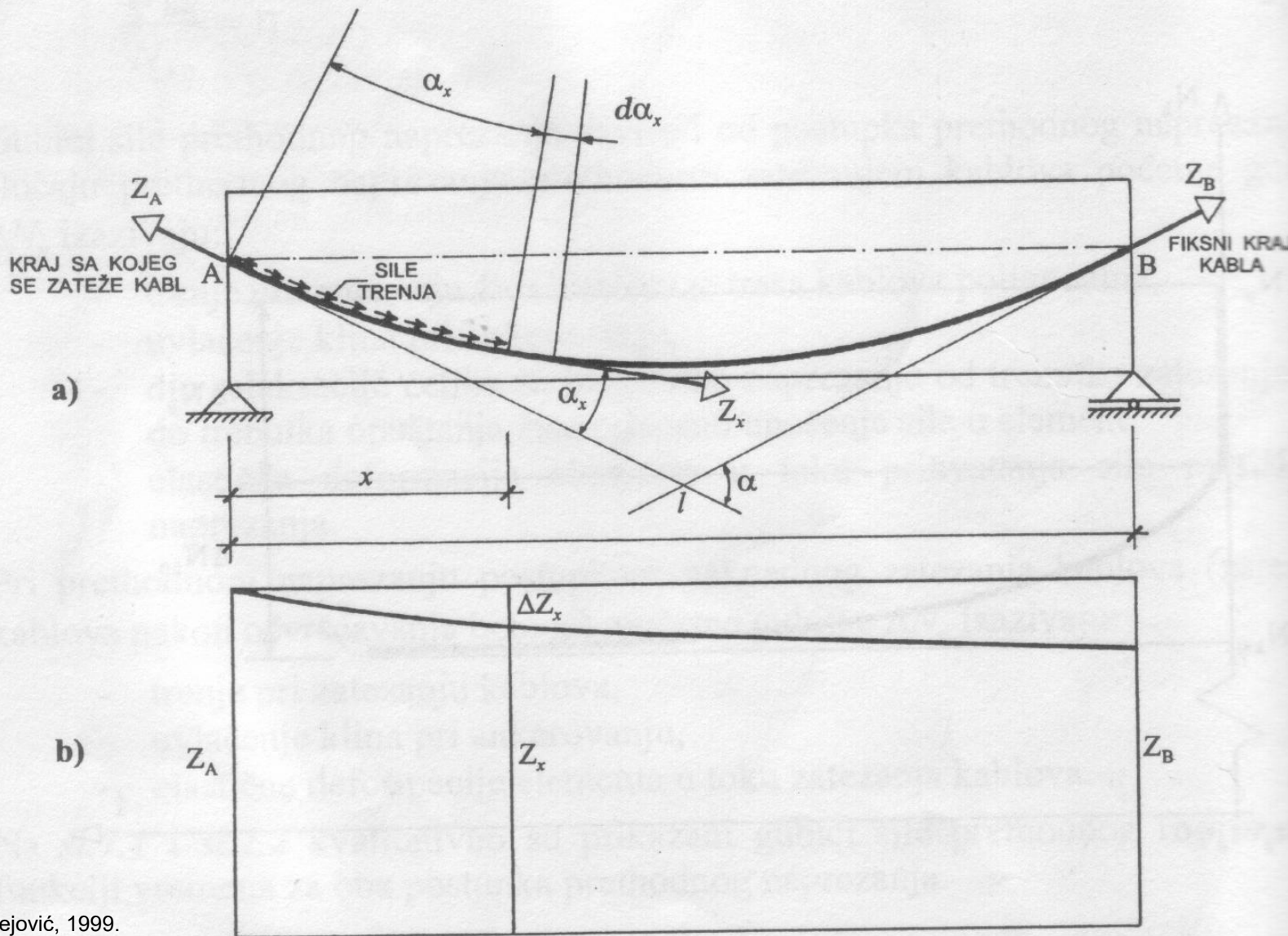
- Trenje pri zatezanju kablova
- Uvlačenje klina pri ankerovanju
- Elastične deformacije elementa

Vremenski gubici – skupljanje i tečenje betona i relaksacija čelika

## Vrijednosti sile prethodnog naprezanja i gubitaka prema EN 1992-1-1

- **Početna sila prethodnog naprezanja  $P_{m0}(x)$** 
  - Dobija se kad se sila prethodnog naprezanja  $P_{max}$  (sila kojom se kabl zateže na aktivnom kraju) umanjí za trenutne gubitke  $\Delta P_i(x)$ 
$$P_{m0}(x) = P_{max} - \Delta P_i(x)$$
- **Trenutni gubici  $\Delta P_i(x)$** 
  - Gubici usljed elastičnih deformacija betona  $\Delta P_{el}$
  - Gubici usljed kratkotrajnog dejstva relaksacije  $\Delta P_r$
  - Gubici usljed trenja  $\Delta P_{\mu}(x)$
  - Gubici pri ankerovanju  $\Delta P_{sl}$
- **Srednja vrijednost sile prethodnog naprezanja  $P_{m,t}(x)$  za  $t > t_0$** 
  - Treba da se odredi vodeći računa o vrsti prethodnog naprezanja
  - Treba uzeti u obzir gubitke prethodnog naprezanja koji zavise od vremena  $\Delta P_{c+s+r}(x)$ 
$$P_{m,t}(x) = P_{m0}(x) - \Delta P_{c+s+r}(x)$$

# Gubitak sile prethodnog naprezanja usljed trenja pri zatezanju kablova



# Skretne sile $S_k$

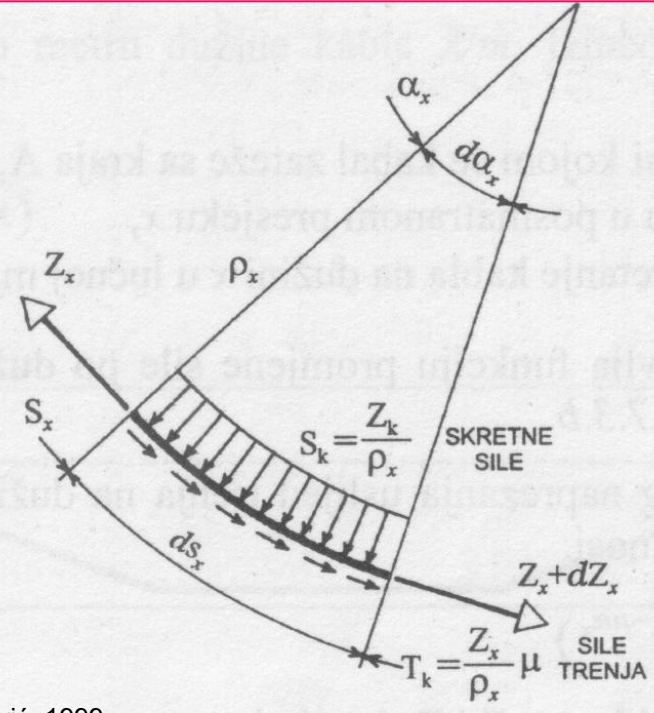
sile upravne na liniju tangente kabla

$$S_k = \frac{Z_x}{\rho_x}$$

$Z_x$  – sila u kablju u presjeku x  
 $\rho_x$  – poluprečnik krivine kabla

Sila trenja  $T_k$

$$T_k = \frac{Z_x}{\rho_x} \mu$$



Izvor: R.Pejović, 1999.

*Promjena sile u kablju usljed trenja na diferencijalnom elementu kabla*

Iz uslova ravnoteže na diferencijalnom elementu dobija se diferencijalna jednačina:

$$dZ_x = -\mu \frac{Z_x}{\rho_x} ds_x = -\mu Z_x d\alpha_x \tag{1}$$

Jednačina (1) se može napisati u obliku:

$$\frac{dZ_x}{Z_x} = -\mu d\alpha_x \tag{2}$$

Gdje je :

$$d\alpha_x = \frac{ds_x}{\rho_x}$$



Rješavanjem jednačine (1) uz primjenu **graničnog uslova**:

$$Z_x(\alpha = 0) = Z_A$$

dobija se **funkcija promjene sile po dužini kabla**, usljed trenja:

$$Z_x = Z_A e^{-\mu\alpha_x}$$

gdje je:

$Z_A$  – sila na presi kojom se zateže kabl na kraju A

$Z_x$  – sila u kabl u presjeku x

$\alpha_x$  – ukupno skretanje kabla na dužini x u lučnoj mjeri.

**Gubitak sile prethodnog naprezanja usljed trenja na dužini x od mjesta zatezanja dat je izrazom:**

$$\Delta Z_x = Z_A (1 - e^{-\mu\alpha_x})$$

**Primjenom datog rješenja mogu se iskazati i sljedeće veličine:**

**Sila na fiksnom kraju kabla:**

$$Z_B = Z_A e^{-\mu\alpha}$$

**Gubitak na cijeloj dužini kabla:**

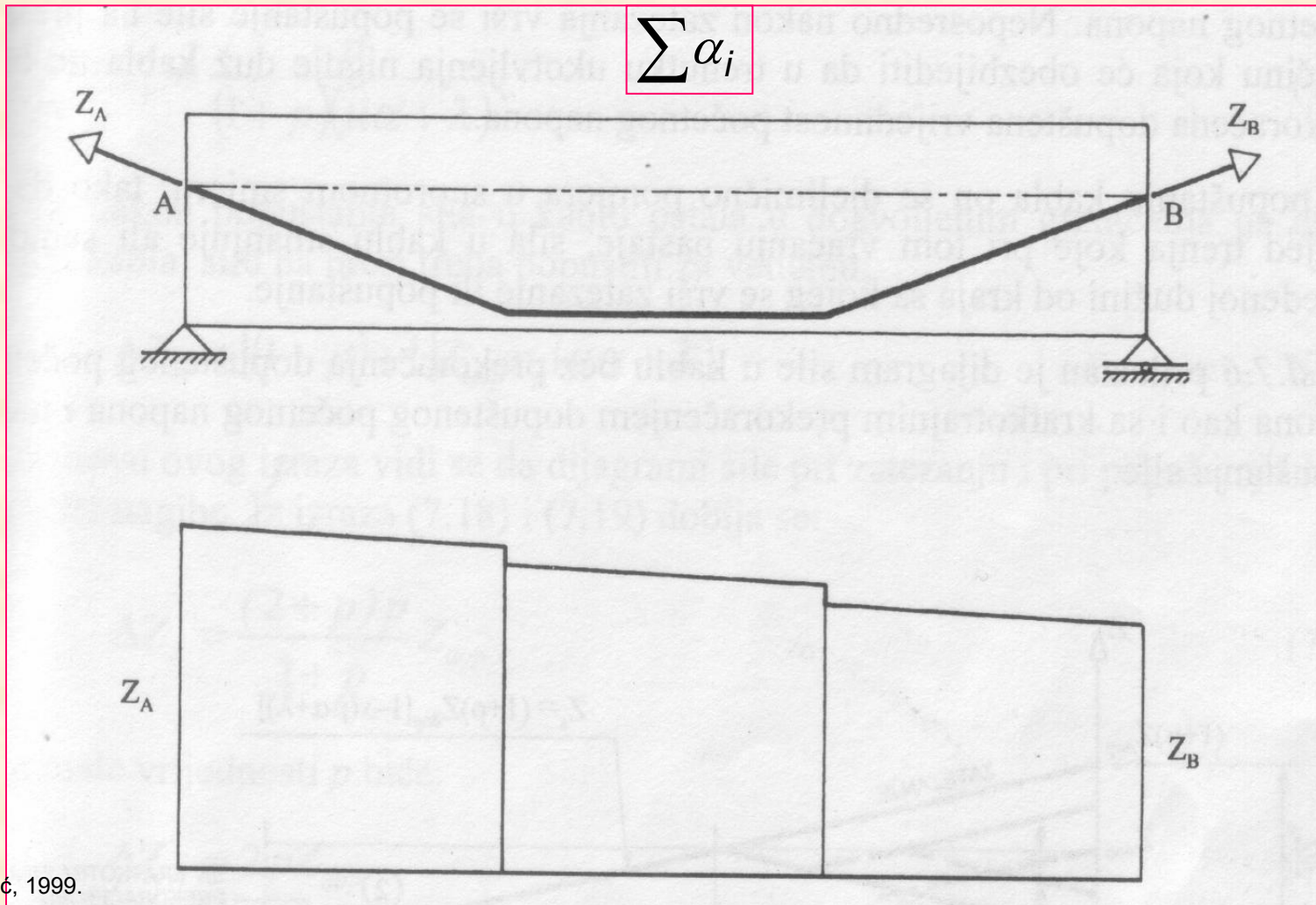
$$\Delta Z_{AB} = Z_A (1 - e^{-\mu\alpha})$$

**Sila u kabl u sredini raspona za simetričan tok kablova:**

$$Z\left(\frac{l}{2}\right) = Z_A e^{-\mu\frac{\alpha}{2}}$$

## Promjena sile po dužini kabla za poligonalnu trasu kablova

U slučaju poligonalne trase kablova važe isti izrazi kao kod krivolinijske trase, pri čemu se ukupan skretni ugao prikazuje kao suma konačnih vrijednosti pojedinačnih skretnih uglova.



Gubici usljed trenja nastaju i zbog slučajnih skretanja kablova u odnosu na projektovanu trasu.

Slučajno skretanja se u proračun uvodi preko jedne od veličina:

a) koeficijenta slučajnog ugaonog odstupanja kabla  $k$  [rad/m]

b) koeficijenta skretanja po jedinici dužine kabla  $\lambda$  [1/m]

Veza između  $k$  i  $\lambda$  je sljedeća:  $\frac{\lambda}{\mu} = k(\text{rad/m})$

Veličine  $k$  ili  $\lambda$  definisane su tehničkim podacima sistema za prethodno naprezanje.

Zbog male razlike stvarne dužine i horizontalne projekcije kabla, za proračun se koristi horizontalna projekcija.

Sila u kablu u presjeku na rastojanju  $x$  od mjesta zatezanja:

$$Z_x = Z_A e^{-(\mu\alpha_x + \lambda x)}$$

## Gubici usljed trenja prema EN 1992-1-1

- **Gubici usljed trenja  $\Delta P_{\mu}(x)$  pri naknadnom zatezanju kablova mogu se odrediti prema izrazu:**

$$\Delta P_{\mu}(x) = P_{\max} \left( 1 - e^{-\mu(\theta + kx)} \right)$$

- **Gdje je:**

$\theta$     **zbir skretnih uglova na dužini x (bez obzira na pravac ili znak)**

$\mu$     **koeficijent trenja između kablova i cijevi (kanala)**

$k$     **nenamjerno ugaono skretanje unutrašnjih kablova, po jedinici dužine**

$x$     **rastojanje duž kablova od tačke u kojoj je sila u kablova jednaka  $P_{\max}$**

**Vrijednosti  $\mu$  i  $k$  dati su dati Evropskim tehničkom ocjenom (European Technical Assessment - ETA) za izabrani sistem prethodnog naprezanja.**

**Za koeficijent trenja  $\mu$  podaci se mogu usvojiti iz tabele 5.1, EN 1992-1-1.**

**Za uobičajena nenamjerna skretanja unutrašnjih kablova može se usvojiti  $0.005 < k < 0.01$**

## Koeficijenti $\mu$ i $k$ za sistem BBR VT CONA CMI dati u ETA

$$F_x = F_0 \cdot e^{-\mu \cdot (\alpha + k \cdot x)}$$

Where

$F_x$ .....kN .....Prestressing force at a distance  $x$  along the tendon

$F_0$ .....kN .....Prestressing force at  $x = 0$  m

**Table 2: Friction parameters**

Type of duct	Recommended values		Range of values	
	$\mu$	$k$	$\mu$	$k$
	rad <sup>-1</sup>	rad/m	rad <sup>-1</sup>	rad/m
Steel strip duct	0.18	0.005	0.17 – 0.19	0.004 – 0.007
Smooth steel duct	0.18		0.16 – 0.24	
Corrugated plastic duct	0.12		0.10 – 0.14	
Smooth plastic duct	0.12		0.10 – 0.14	

**Tabela 5.1: Koeficijenti trenja  $\mu$  za naknadno zatezanje unutrašnjih i spoljašnjih kablova bez prianjanja sa betonom**

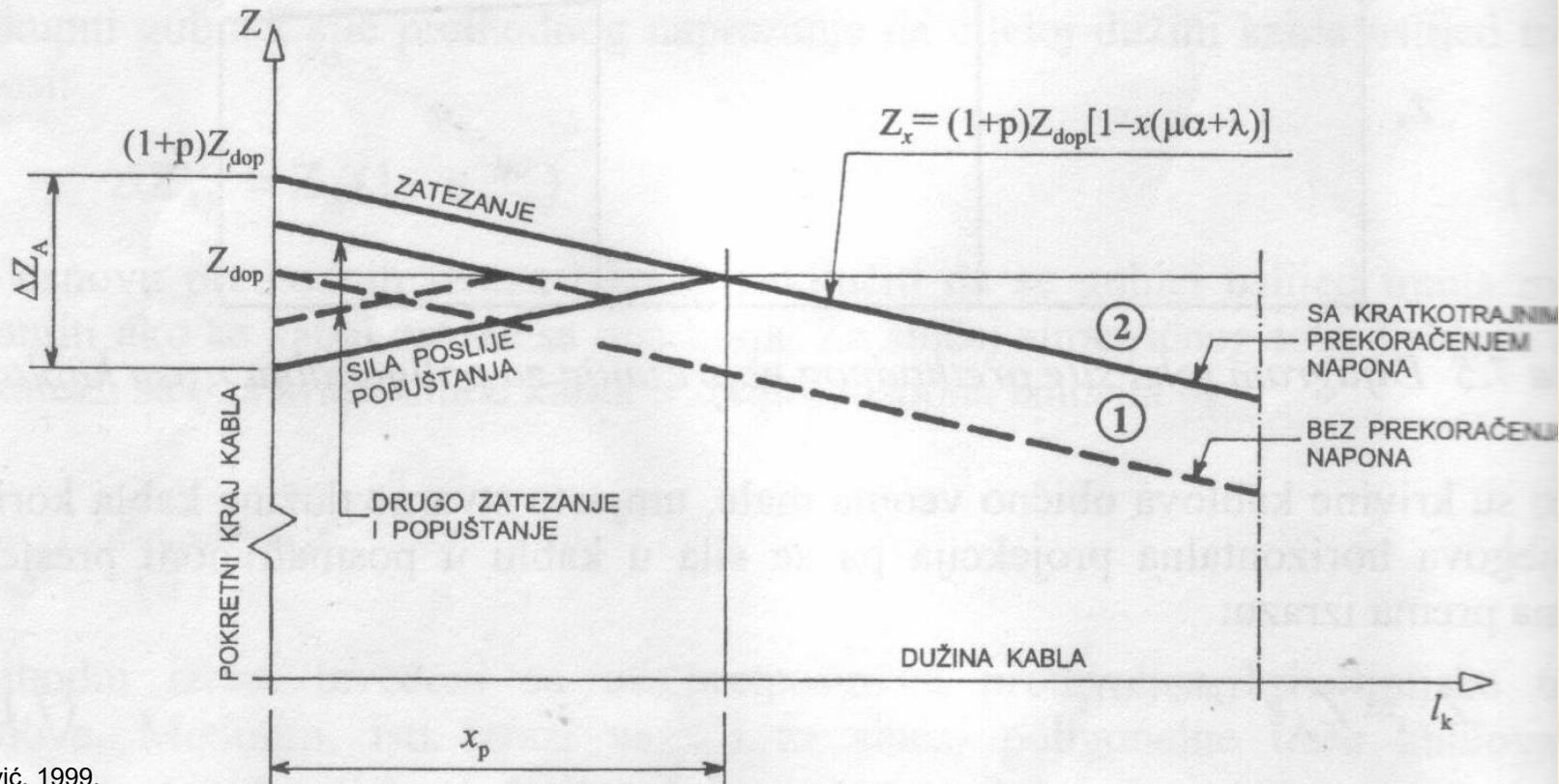
	Unutrašnji kablovi <sup>1)</sup>	Spoljašnji kablovi bez prianjanja sa betonom:			
		Čelična zaštitna cev bez podmazivanja	HDPE zaštitna cev bez podmazivanja	Čelična zaštitna cev sa podmazivanjem	HDPE zaštitna cev sa podmazivanjem
Hladno vučena žica	0,17	0,25	0,14	0,18	0,12
Uže	0,19	0,24	0,12	0,16	0,10
Šipka sa deformisanim poprečnim presekom	0,65	–	–	–	–
Glatka okrugla šipka	0,33	–	–	–	–

<sup>1)</sup> za kablove koji ispunjavaju približno polovinu cevi

**Napomena:** HPDE – (High density polyethylene) polietilen visoke gustine.

# Kratkotrajno prekoračenje napona u cilju smanjenja gubitaka usljed trenja

- **Nosači velikih raspona sa krivolinijskim trasama mogu imati značajne gubitke sile prethodnog naprezanja usljed trenja.**
- **U cilju smanjenja gubitaka može se dozvoliti kratkotrajno prekoračenje dopuštenih napona u kablovima.**
- **Povećanjem sile zatezanja napon u posmatranom presjeku na dovoljno velikom rastojanju od mjesta zatezanja se dovodi na potrebni nivo.**
- **Nakon kratkotrajnog prekoračenja vrši se popuštanje sile na presi, tako da se naponi u kابلu na dijelu gdje su prekoračeni vrate na nivo dozvoljenih.**
- **Zbog trenja, pad napona u kابلu usljed popuštanja je ograničen na područje na malom rastojanju od mjesta unošenja sile.**
- **Za prikaz efekata kratkotrajnog prekoračenja napona uvode se pretpostavke:**
  - **Promjena sile usljed trenja duž kabla je linearna**
  - **Koeficijenti trenja pri popuštanju i zatezanju su isti (iako prema nekim istraživanjima pri popuštanju može biti i do 50% veći nego pri zatezanju).**



Izvor: R.Pejović, 1999.

Da bi se napon sa prekoračenjem  $p$  vratio na dopušteni nivo potrebna je da važi jednakost:

$$Z_{dop} = (1+p)Z_{dop}[1 - x_p(\mu\alpha + \lambda)]$$

Položaj presjeka  $x_p$  u kojem je sila u kablju jednaka dopuštenoj:

$$x_p = \frac{p}{(1+p)(\mu\alpha + \lambda)}$$

Za dovođenje sile u kablju na dopušteni nivo sile popuštanja kablja treba da bude :

$$\Delta Z_A = [(1+p) + 1]Z_{dop}x_p(\mu\alpha + \lambda)$$

$$\Delta Z_A = \frac{(2+p)p}{1+p}Z_{dop}$$

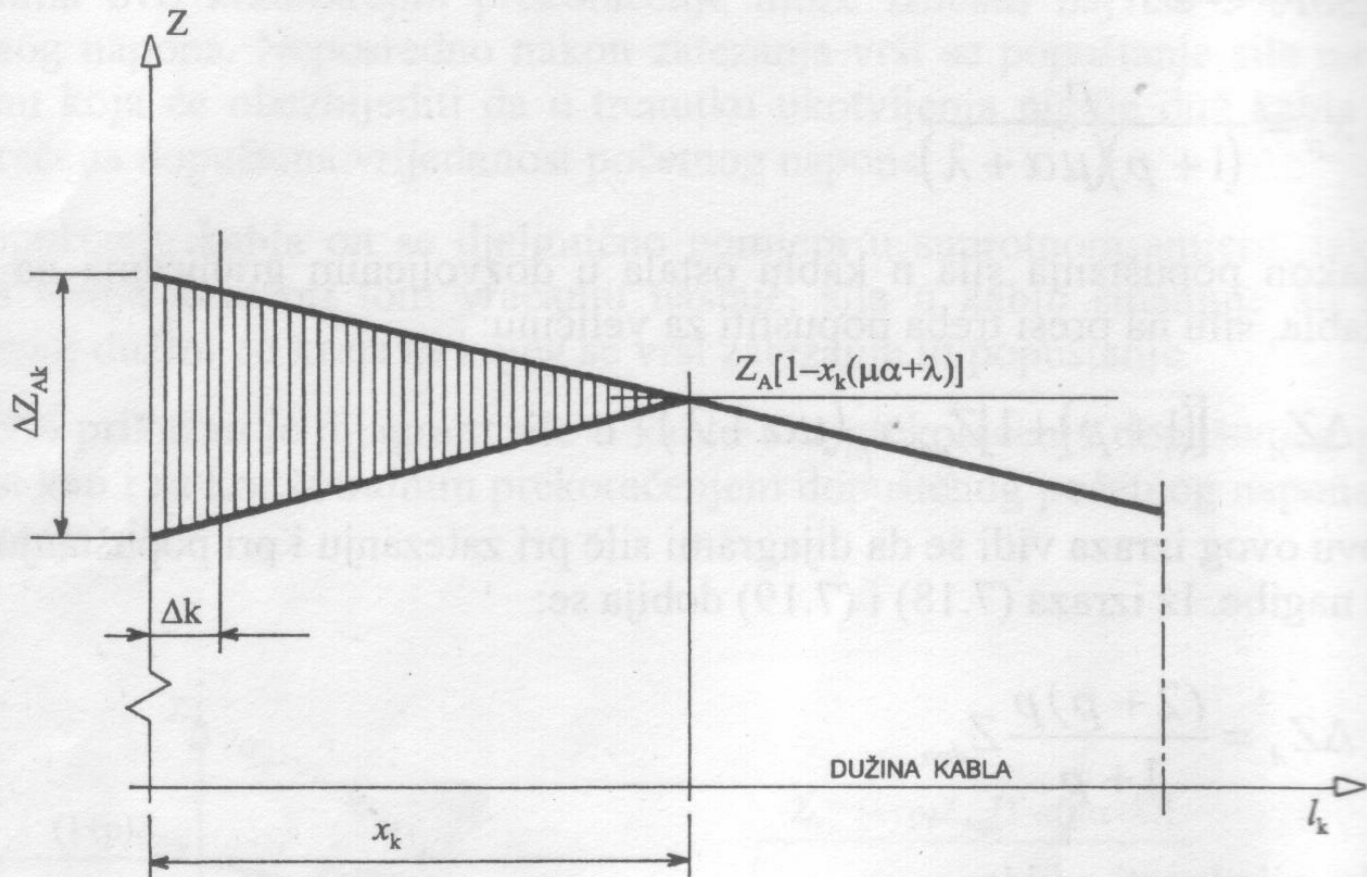
Za malu vrijednost  $p$

$$\Delta Z_A \approx 2pZ_{dop}$$



# Gubitak sile prethodnog naprezanja usljed uvlačenja kabla pri ankerovanju

- Prilikom ankerovanja kablova na mjestu zatezanja dolazi do uvlačenja kabla.
- Uvlačenje kabla je reda veličine nekoliko mm.
- Zbog uvlačenja kabla gubi se jedan dio realizovanog izduženja kabla i dolazi do gubitka sile prethodnog naprezanja.
- Uvlačenje kabla je definisano tehničkim podacima za određeni sistem prethodnog naprezanja (ETA prema EN 1992-1-1).
- Uvlačenju kabla se suprotstavlja trenje pa se gubitak smanjuje sa povećanjem odstojanja od mjesta ukotvljenja.
- Izrazi za proračun ovih gubitaka su izvedeni uz pretpostavku linearizacije i istog koeficijenta trenja pri zatezanju i pri popuštanju kabla.



Izvor: R.Pejović, 1999.

**Pad sile prethodnog naprezanja na mjestu ukotvljenja:**

$$\Delta Z_{AK} = Z_A - Z_A [1 - x_k (\mu\alpha + \lambda)]^2 \quad (4)$$

$Z_A$  sila na presi neposredno prije ankerovanja

$\Delta Z_A$  pad sile usljed uvlačenja kabla

$x_k$  položaj presjeka nosača, odnosno dužina na kojoj dolazi do pada sile usljed uvlačenja kabla

Ako se u izrazu (4) zanemari član:

$$[x_k(\mu\alpha + \lambda)]^2$$

dobija se :

$$\Delta Z_{AK} = 2Z_A x_k (\mu\alpha + \lambda) \quad (5)$$

Uvlačenje kabela  $\Delta_k$  odgovara promjeni sile u kابلu na dužini  $x_k$ , pa se dobija:

$$\Delta_k = \frac{1}{2} \frac{\Delta Z_{AK} x_k}{E_k A_k} \quad (6)$$

Gdje je:  $\frac{1}{2} \Delta Z_{AK}$  prosječan pad sile u kابلu na dužini  $x_k$

Iz izraza (5) i (6) dobija se:

$$x_k = \sqrt{\frac{\Delta_k E_k A_k}{Z_A (\mu\alpha + \lambda)}}$$

Pri prethodnom naprežanju na stazi dolazi do konstantnog pada sile po čitavoj dužini kabela  $l_k$ :

$$\Delta Z_{AK} = \frac{\Delta_k}{l_k} E_k A_k$$

## Gubitak sile prethodnog naprezanja pri ankerovanju – BBR pema ETA

**Table 3: Friction losses in anchorages**

Tendon	Friction loss		
	$\Delta F_s$	%	
CONA CMI SP 0206 to 0406			1.2
CONA CMI SP 0506 to 0906			1.1
CONA CMI SP 1206 to 3106			0.9
CONA CMI SP 3706 to 6106			0.8

Where

$\Delta F_s$  .....Friction loss in anchorages and first construction stage of stressing couplers. The loss shall be taken into account for determination of elongation and the prestressing force along the tendon.

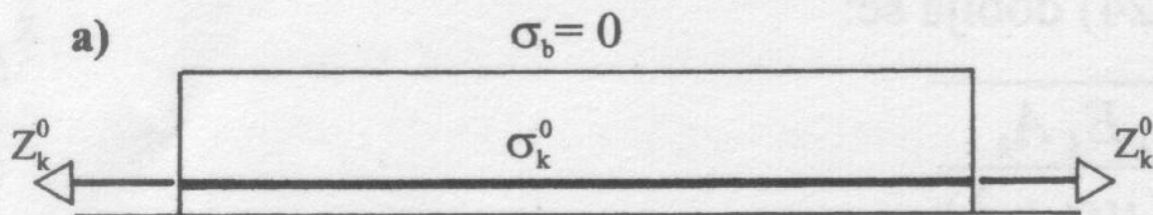
# Gubitak sile prethodnog naprezanja usljed elastičnog skraćenja betonskog elementa

- **Elastične deformacije betona se dešavaju u trenutku kada se sila prethodnog naprezanja prenese na betonski element.**
- **Kod primjene postupka prethodnog zatezanja sila se prenosi na betonski element u trenutku otpuštanja užadi.**
- **Kod primjene postupka naknadnog zatezanja dejstvo sila se prenosi na betonski element u trenutku ukotvljenja kablova.**
- **Elastične deformacije betona u okolini kablova dovode do ekvivalentnih deformacija u kablovima, koje su **suprotnog smjera** od deformacija prethodnog naprezanja.**
- **Deformacije u kablovima suprotnog smjera od deformacija pri prethodnom zatezanju dovode do **pada napona** u kablovima, i do smanjenja sile prethodnog naprezanja.**
- **Pad sile u kablovima u ovom slučaju predstavlja gubitak sile prethodnog naprezanja usljed elastičnog skraćenja betonskog elementa.**

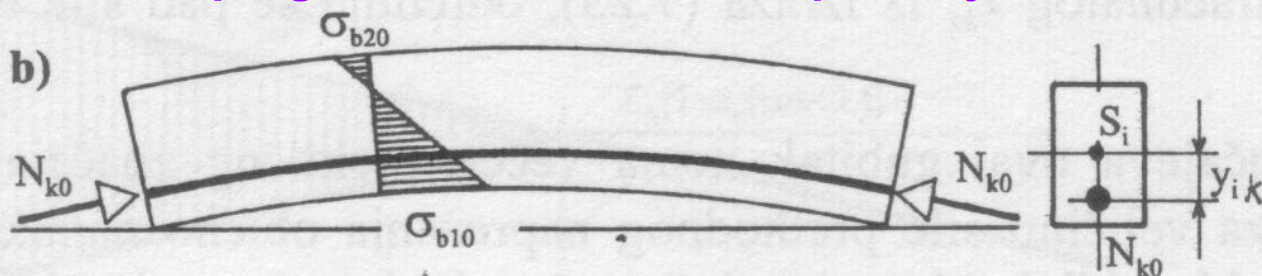
# Proračun gubitaka usljed elastičnog skraćenja betonskog elementa

U postupku prethodnog napreznja prethodnim zatezanjem na stazi

a) Betonski element na stazi prije otpuštanja kablova



b) Prethodno napregnuti element nakon otpuštanja kablova



$$Z_k^0 = N_k^0$$

Izvor: R.Pejović, 1999.

Gubitak se može dobiti izjednačavanjem deformacija betona u nivou rezultujućeg kabla i deformacija u kابلu.

$$\varepsilon_b^0 = \Delta \varepsilon_k \quad (7)$$

Jednakost (7) se može napisati u obliku:

$$\frac{\sigma_b^0}{E_b} = \frac{\Delta\sigma_k}{E_k} \quad (8)$$

Pri tome važe jednakosti:

$$\sigma_b^0 = \frac{N_k^0}{A_i} + \frac{N_k^0 y_{ik}}{W_{ik}} - \frac{M_g}{W_{ik}}$$

$$W_{ik} = \frac{I_i}{y_{ik}}$$

$$\Delta\sigma_k = \frac{\Delta N_k^0}{A_k} = \frac{N_k^0 - N_{k0}}{A_k}$$

Iz jednakosti deformacija (8) dobija se:

$$\frac{1}{E_b} \left[ \left( \frac{N_k^0}{A_i} + \frac{N_k^0 y_{ik}^2}{I_i} \right) - \frac{M_g}{I_i} y_{ik} \right] = \frac{N_k^0 - N_{k0}}{E_k A_k} \quad (9)$$

Sila prethodnog naprežanja u kablovima nakon realizacije gubitaka:

$$N_{k0} = N_k^0 \left[ 1 - n_k \frac{A_k}{A_i} \left( 1 + \frac{y_{ik}^2}{i_i^2} \right) + n_k \frac{A_k}{A_i} \frac{M_g}{N_k^0} \frac{y_{ik}}{i_i^2} \right] \quad (10)$$

Pri proračunu se koriste karakteristike idealizovanog presjeka.

U prethodnim izrazima pojedine veličine imaju sljedeće značenje:

$Z_k^0, N_k^0$  – sila kojom se zatežu užad (prenijeta na nosač)

$N_{k0}$  – sila prethodnog naprezanja nakon gubitaka

$\sigma_b^0$  – napon u betonu u nivou rezultujućeg kabla od sile  $N_k^0$

$\Delta\sigma_k$  – promjena (pad) napona u kablovima usljed elastičnih deformacija betona

$\Delta N_k^0$  – pad sile prethodnog naprezanja usljed elastičnih deformacija betona

$A_i, I_i$  – površina i moment inercije idealizovanog poprečnog presjeka

$W_{ik}$  – otporni moment idealizovanog presjeka za vlakno na nivou kablova

$y_{ik}$  – položaj rezultante kablova u odnosu na težište idealizovanog presjeka

$A_k, E_k$  – površina poprečnog presjeka i modul elastičnosti kablovskog čelika

$n_k = E_k / E_b$  - odnos modula elastičnosti kablovskog čelika i betona

$i_i$  – poluprečnik inercije idealizovanog presjeka

$M_g$  – moment savijanja od sopstvene težine



## Gubici od elastičnih deformacija – u skladu sa EN 1992

Ukoliko se pojedine veličine iz prethodnih jednačina označe sa:

$P_0$  – početna sila prethodnog naprezanja prenijeta na nosač

$P'$  – sila prethodnog naprezanja nakon gubitaka od elast. deformacija

$\sigma_{cp}$  – napon u betonu u nivou rezultujućeg kabla od sile  $P'$

$A, I$  – površina i moment inercije poprečnog presjeka betona

$e$  – položaj rezultante kablova u odnosu na težište poprečnog presjeka

$A_p, E_s$  – površina poprečnog presjeka i modul elastičnosti kablovskog čelika

$\alpha_c = E_s / E_{cm}$  - odnos modula elastičnosti kablovskog čelika i betona

Sila prethodnog naprezanja je:

$$P' = P_0 - \text{loss in force}$$

Napon u betonu na nivou rezultujućeg kabla:

$$\sigma_{cp} = \frac{P'}{A} + \frac{(P'e) \times e}{I} + \sigma_{cg}$$

Ako se zanemari napon od stalnog opterećenja  $\sigma_{cg}$  dobija se:

$$\sigma_{cp} = \frac{P'}{A} \left( 1 + \frac{e^2 A}{I} \right)$$

Izjednačavanjem deformacija u betonu i čeliku dobija se pad napona u čeliku =

$$\left( \frac{\sigma_{cp}}{E_{cm}} \right) E_s = \alpha_e \sigma_{cp}$$

$$\begin{aligned} \text{loss in prestress force} &= \alpha_e \sigma_{cp} A_p \\ &= \alpha_e \frac{A_p}{A} P' \left( 1 + \frac{e^2 A}{I} \right) \end{aligned}$$

Preostala sila prethodnog naprežanja  $P'$

$$P' = P_0 - \alpha_e \frac{A_p}{A} P' \left( 1 + \frac{e^2 A}{I} \right)$$

## U postupku prethodnog naprezanja naknadnim zatezanjem

Ukoliko se vrši naknadno zatezanje **samo jednog kabla** deformacija betona se kompenzuje većim izvlačenjem kabla, tako da u tom slučaju **nema gubitaka usljed elastičnih deformacija betona**.

Ukoliko je, pri naknadnom zatezanju, **broj kablova veći od jedan**, zatezanjem svakog narednog kabla, **javlja se gubitak u već zategnutim, ukotvljenim kablovima**.

U slučaju prethodnog naprezanja naknadnim zatezanjem kablova gubitak sile prethodnog naprezanja se proračunava uz **pretpostavke**:

1. **sile kojima se kablovi zatežu su iste za svaki od kablova**
2. **svi kablovi imaju isti položaj u presjeku**

**Deformacija betonskog dijela presjeka  $\Delta\varepsilon_{bk}$ , u nivou rezultujućeg kabla, u slučaju jednovremenog zatezanja kablova, može se odrediti iz izraza:**

$$\Delta\varepsilon_{bk} = \frac{1}{E_b} \left[ \left( \frac{N_k^0}{A_b} + \frac{N_k^0 y_k^2}{I_b} \right) - \frac{M_g}{I_b} y_k \right] \quad (11)$$

U izrazu (11) koriste se geometrijske karakteristike betonskog presjeka (ne idealizovanog), jer u trenutku unošenja sile prethodnog naprezanja nema spoja betona i čelika za prethodno naprezanje.

Pojedine oznake imaju značenje:

$A_b, I_b$  – površina i moment inercije betonskog presjeka

$y_k$  – položaj rezultante kablova u odnosu na težište betonskog presjeka

Za  $r$  kablova ukupne površine  $A_k$ , prvi zategnuti kabl, površine  $A_k/r$  će pri zatezanju preostalih  $(r-1)$  kablova biti izložen elastičnom skraćanju  $(r-1)$  puta. Svako od tih skraćenja će biti jednako  $\Delta\varepsilon_{bk}/r$ . Slijedi da je ukupan gubitak sile:

$$\Delta N_k^0 = \frac{A_k}{r} \frac{\Delta\varepsilon_{bk}}{r} E_k [(r-1) + (r-2) + \dots + 2 + 1] \quad (12)$$

Kako je:

$$1 + 2 + \dots + (r-2) + (r-1) = \frac{1}{2} r(r-1)$$

Dobija se:

$$\Delta N_k^0 = E_k A_k \Delta\varepsilon_{bk} \frac{1}{2} \frac{r-1}{r} \quad (13)$$

gdje je  $\Delta\varepsilon_{bk}$  dato izrazom (11).

# Gubici usljed elastičnih deformacija betona prema EN 1992-1-1

- Gubitke sile u kablju usljed deformacija betona treba odrediti vodeći računa o redosljedu zatezanja kablova
- Može se pretpostaviti da je veličina gubitka jednaka srednjem gubitku u svakom kablju.

$$\Delta P_{el} = A_p \cdot E_p \cdot \sum \left[ \frac{j \cdot \Delta \sigma_c(t)}{E_{cm}(t)} \right] \quad (14)$$

gdje je:

$\Delta \sigma_c(t)$  promjena napona u težištu kablova u vremenu  $t$

$j$  koeficijent koji ima vrijednost

- $(n-1)/2n$  gdje je  $n$  broj istih kablova koji se sukcesivno zatežu
- $1$  za promjene stalnih dejstava posle prethodnog naprezanja

# Gubici sile prethodnog naprezanja usljed skupljanja i tečenja betona i relaksacije čelika

- Skupljanje i tečenje uzrokuju deformacije betona na nivou rezultujućeg kabla. Kompatibilnost deformacija betona i čelika za prethodno naprezanje dovodi do skraćivanja kablova i gubitka sile prethodnog naprezanja.
- Čelik za prethodno naprezanje je izložen dugotrajnim naponima zatezanja. Tokom vremena, dolazi do relaksacije napona i gubitka sile prethodnog naprezanja.
- **Svi navedeni gubici zavise od vremena pa su to vremenski gubici.**
- Vremenski gubici od skupljanja i tečenja i relaksacije napona su međuzavisni. Promjene napona u čeliku za prethodno naprezanje tokom vremena utiču na iznos relaksacije napona u čeliku.

## Promjene napona usljed skupljanja i tečenja betona

### Algebarska veza deformacija i napona u betonu tokom vremena

$$\varepsilon_b(t, t_0) = \frac{\sigma_b(t_0)}{E_b(t_0)} [1 + \varphi(t, t_0)] + \frac{1}{E_b(t_0)} [\sigma_b(t) - \sigma_b(t_0)] \cdot [1 + \chi(t, t_0)\varphi(t, t_0)] + \varepsilon_s(t, t_0) \quad (1)$$

Jednakost deformacija u čeliku i betonu u nivou rezultujućeg kabla:

$$\varepsilon_b(t, t_0) - \frac{\sigma_b(t_0)}{E_b(t_0)} = \frac{\Delta\sigma_k(t)}{E_k} \quad (2)$$

gdje je:  $\Delta\sigma_k(t) = \sigma_k(t_0) - \sigma_k(t) \quad (3)$

Koristeći izraze (1) i (2) dobija se:

$$\frac{\sigma_b(t)}{E_b(t_0)} [1 + \chi(t, t_0)\varphi(t, t_0)] + \frac{\sigma_b(t_0)}{E_b(t_0)} \cdot [(1 - \chi(t, t_0))\varphi(t, t_0) - 1] + \varepsilon_s(t, t_0) = \frac{\Delta\sigma_k(t)}{E_k} \quad (4)$$

Napon u betonu u nivou rezultujućeg kabla u trenutku t dat je izrazom:

$$\sigma_b(t) = \frac{N_k(t)}{A_b} + \frac{N_k(t) \cdot y_{bk}}{I_b} \cdot y_{bk} \quad (5)$$

Ako se iskoristi izraz (5) i uvedu sljedeće jednakosti:

$$i_b^2 = I_b / A_b$$

$$N_k(t) = \sigma_k(t) \cdot A_k$$

$$\rho_{bk} = 1 + \frac{y_{bk}^2}{i_b^2}$$

može se dobiti izraz za napon u betonu u nivou rezultujućeg kabla u obliku:

$$\sigma_b(t) = \sigma_k(t) \frac{A_k}{A_b} \left( 1 + \frac{y_{bk}^2}{i_b^2} \right) = \sigma_k(t) \mu_k \rho_{bk} \quad (6)$$

$i_b$  - poluprečnik inercije presjeka

$\mu_k$  – koeficijent armiranja presjeka kablovskim čelikom

$y_{bk}$  – ekscentricitet rezultujućeg kabla u odnosu na težište presjeka.

Koristeći izraz (6), promjena napona u rezultujućem kablju je:

$$\Delta\sigma_k(t) = \frac{1}{\mu_k \rho_{bk}} [\sigma_b(t_0) - \sigma_b(t)] \quad (7)$$

Napon u betonu u nivou rezultujućeg kabla u trenutku  $t$  u zavisnosti od početnog napona u betonu i promjene napona u rezultujućem kablju je:

$$\sigma_b(t) = \sigma_b(t_0) - \mu_k \rho_{bk} \Delta\sigma_k(t) \quad (8)$$



Koristeći izraze (4) i (7) dobija se izraz za pad napona u rezultujućem kablju usljed skupljanja i tečenja betona:

$$\Delta\sigma_k(t) = \frac{n_k\sigma_b(t_0)\varphi(t, t_0) + \varepsilon_s(t, t_0)E_k}{1 + n_k\mu_k\rho_{bk}[1 + \chi(t, t_0)\varphi(t, t_0)]} \quad (9)$$

gdje je

$\Delta\sigma_k(t)$  – pad napona u rezultujućem kablju usljed skupljanja i tečenja betona,

$n_k = E_k/E_b$  – odnos modula elastičnosti kablovskog čelika i betona

$\sigma_b(t_0)$  – početni napon u betonu u nivou rezultujućeg kablja, usljed početne sile prethodnog naprezanja i dugotrajnog opterećenja,

$\varphi(t, t_0)$  – koeficijent tečenja betona

$\chi(t, t_0)$  – koeficijent starenja, može se usvojiti  $\chi_\infty = 0.80$

$\varepsilon_s(t, t_0)$  – skupljanje betona u posmatranom intervalu

# Gubici prethodnog naprezanja koji zavise od vremena prema EN 1992-1-1:2004

Gubici sile prethodnog naprezanja koji zavise od vremena mogu da se izračunaju uzimajući u obzir sljedeća dva uzroka

- a) **Smanjenje dužine zategnutih kablova izazvano promjenom dimenzija betona usljed skupljanja i tečenja**
- b) **Smanjenje napona u čeliku za prethodno naprezanje usljed relaksacije**

Proračun gubitaka sile prethodnog naprezanja koji zavise od vremena, u presjeku x, pri stalnim opterećenjima, vrši se uprošćenom metodom, korišćenjem izraza:

$$\Delta P_{c+s+r} = A_p \Delta \sigma_{p,c+s+r} = A_p \frac{\varepsilon_{cs} E_p + 0.8 \Delta \sigma_{pr} + \frac{E_p}{E_{cm}} \varphi(t, t_0) \cdot \sigma_{c,QP}}{1 + \frac{E_p}{E_{cm}} \frac{A_p}{A_c} \left( 1 + \frac{A_c}{I_c} z_{cp}^2 \right) [1 + 0.8 \varphi(t, t_0)]} \quad (11)$$

- $\Delta\sigma_{p,c+s+r}$  apsolutna vrijednost promjene napona u kablovima usljed tečenja, skupljanja i relaksacije, u presjeku x, u vremenu t
- $\epsilon_{cs}$  procijenjene deformacije skupljanja prema 3.1.4.(6) u EN 1992-1-1:2004
- $E_p$  modul elastičnosti čelika za prethodno naprezanje
- $E_{cm}$  modul elastičnosti betona (tabela 3.1. EN 1992-1-1:2004)
- $\Delta\sigma_{pr}$  apsolutna vrijednost promjene napona u kablu u presjeku x, u vremenu t, usljed relaksacije čelika za prethodno naprezanje. Određuje se za napon  $\sigma_p = \sigma_p(G + P_{m0} + \psi_2 Q)$ , koji predstavlja početni napon u kablovima usljed početne sile prethodnog naprezanja i kvazi-stalnih dejstava.
- $\varphi(t, t_0)$  koeficijent tečenja u vremenu t usljed dejstava opterećenja od vremena  $t_0$
- $\sigma_{c,QP}$  napon u betonu na kontaktu sa kablovima, usljed sopstvene težine i početnog prethodnog naprezanja i drugih kvazi-stalnih dejstava kada su od značaja. Vrijednost napona  $\sigma_{c,QP}$  može da bude od dijela sopstvene težine i početnog prethodnog naprezanja ili od ukupne kvazi-stalne kombinacije dejstava ( $\sigma_c(G + P_{m0} + \psi_2 Q)$ ), u zavisnosti od posmatrane faze izvođenja
- $A_p$  površina svih kablova za prethodno naprezanje u posmatranom presjeku x
- $A_c$  površina betonskog presjeka
- $I_c$  moment inercije betonskog presjeka
- $z_{cp}$  rastojanje između težišta betonskog presjeka i težišta kablova